
THE BEST WAY TO MAKE THIS DECISION IS BY CALCULATING THE EXPECTED VALUE OF EACH POSSIBLE OUTCOME.
YOU MULTIPLY THE. . .
MUST PRETEND TO BE DEAD.
I SENSE THAT WE'RE DONE HERE.
I HOPE THE DEAD SOME-TIMES COVER THEIR EARS.
www.dilbert.com scottadams@aol.com
7-23-05 © 2005 Scott Adams, Inc./Dist. by UFS, Inc.

19ª Aula - Os Juros na Vida Real

Juros Compostos – Fixação de Conceitos

Supondo uma taxa de juros r estável, definida em termos de um determinado período (por exemplo, 1% ao mês, 10% ao ano...)

Para um intervalo de tempo de n períodos (meses, anos...)

$$VF = VP \times (1 + r)^n$$

Inversamente:

$$VP = \frac{VF}{(1 + r)^n}$$

onde:

VF: Valor Futuro

VP: Valor Presente

Valor Presente X Valor Futuro

Se tivermos uma aplicação de R$10.000,00 hoje, e se tivermos uma taxa de juros estável de 1% ao mês, qual é o Valor Futuro da aplicação daqui um mês?

$$VF = VP \times (1 + r)^n$$

VP = R$10.000,00
r = 1% = 0,01
n = 1

$$VF = 10.000 \times (1 + 0{,}01)^1$$

$$VF = 10.000 \times 1{,}01 = R\$\ 10.100{,}00$$

Valor Presente X Valor Futuro

Se tivermos uma aplicação de R$10.000,00 hoje, e se tivermos uma taxa de juros estável de 1% ao mês, qual é o Valor Futuro da aplicação daqui um ano?

$$VF = VP \times (1 + r)^n$$

VP = R$10.000,00
r = 1% = 0,01
n = 12

$$VF = 10.000 \times (1 + 0,01)^{12}$$

$$VF = 10.000 \times 1,126825 = R\$\ 11.268,25$$

Valor Presente X Valor Futuro

Se tivermos uma aplicação de R$10.000,00 hoje, e se tivermos uma taxa de juros estável de 1% ao ano, qual é o Valor Futuro da aplicação daqui um ano?

$$VF = VP \times (1 + r)^n$$

VP = R$10.000,00
r = 1% = 0,01
n = 1

$$VF = 10.000 \times (1 + 0,01)^1$$

$$VF = 10.000 \times 1,01 = R\$ \ 10.100,00$$

Valor Presente X Valor Futuro

Se eu quero antecipar o pagamento de uma conta de R$10.000,00 que vai vencer exatamente daqui um ano, qual é o valor justo a ser pago agora, se tivermos uma taxa de juros estável de 1% ao mês?

$$VF = VP \times (1 + r)^n$$

$$VP = \frac{VF}{(1 + r)^n}$$

VF = R$10.000,00

r = 1% = 0,01

n = 12

$$VP = \frac{10.000}{(1 + 0{,}01)^{12}}$$

VP = 10.000 / 1,126825 = R$ 8.874,49

Situação Hipotética

Imagine que existe um investimento mágico, que pode lhe propiciar um rendimento de 100% ao dia durante todos os 30 dias de um mês. Você recebe uma proposta, em que você pode optar entre:

- Receber R$100.000,00 daqui um mês

ou

- Receber R0,01 hoje e poder deixar aplicado no investimento mágico durante um mês, recebendo tudo daqui um mês.

$$VF = VP \times (1 + r)^n$$

VP = R$0,01

r = 100% ao dia= 1

n = 30 (número de períodos)

$$VF = 0{,}01 \times (1 + 1)^{30} = R\$\ 10.737.418{,}24$$

Investimento à Taxa de Juros de Referência do Mercado

Taxa: 10% a.a. *

Mar/20X0	Mar/20X1	Mar/20X2	Mar/20X3
R$100,00	R$110,00	R$121,00	R$133,10
VP Valor Presente	R$100,00 principal + 10,00 juros 110,00 total	R$100,00 principal + 10,00 juros + 11,00 121,00 total (juros compostos)	.... VF Valor Futuro

* Lembrando que $10\% = \frac{10}{100} = 0{,}1$

Observando no Tempo

Taxa: 10% a.a.

Mar/20X0	Mar/20X1	Mar/20X2	Mar/20X3
R$100,00	R$110,00	R$121,00	R$133,10
VP Valor Presente	R$100,00 principal + 10,00 juros 110,00 total	R$100,00 principal + 10,00 juros + 11,00 121,00 total (juros compostos)	.... VF Valor Futuro

Acrescendo a taxa – Fluxo de Caixa Projetado

R$100,00 R$133,10

Descontando a taxa – Fluxo de Caixa Descontado

Sugestão para casa:

Video: O Caso das Vitórias-Régias

https://www.youtube.com/watch?v=s-lgS-4Xqy0&feature=youtu.be

Amortização

Se pagarmos apenas os juros de uma dívida, sem deixar que estes acumulem, a dívida permanecerá constante ao longo do tempo.

Amortização é o processo de extinção de uma dívida através de pagamentos periódicos. Cada pagamento corresponde à soma do reembolso de parte do empréstimo inicial mais juros.

SAC – Sistema de Amortização Constante

Todo mês, é amortizada a mesma parcela do saldo devedor. Ao valor da amortização é somado o juro mensal sobre o saldo devedor. Como o saldo devedor é decrescente, os juros são decrescentes. Logo, os valores pagos mês a mês são decrescentes.

SAC

Vamos supor que façamos um empréstimo de R$50.000,00, para ser pago em 12 meses, sem entrada, com taxa de juros de 1%a.m.

#	Parcelas	Amortizações	Juros	Saldo Devedor
1	4.666,66	4.166,66	500,00	45.833,33
2	4.625,00	4.166,66	458,33	41.666,66
3	4.583,33	4.166,66	416,66	37.500,00
4	4.541,66	4.166,66	375,00	33.333,33
5	4.500,00	4.166,66	333,33	29.166,66
6	4.458,33	4.166,66	291,66	25.000,00
7	4.416,66	4.166,66	250,00	20.833,33
8	4.375,00	4.166,66	208,33	16.666,66
9	4.333,33	4.166,66	166,66	12.500,00
10	4.291,66	4.166,66	125,00	8.333,33
11	4.250,00	4.166,66	83,33	4.166,66
12	4.208,33	4.166,66	41,66	0,00
»	53.250,00	49.999,99	3.250,00	TOTAL

Tabela Price

É um método usado em amortização de empréstimo cuja principal característica é apresentar prestações (ou parcelas) iguais. O método foi apresentado em 1771 por Richard Price.

É um cálculo mais complexo que o SAC, mas não faltam aplicativos para calcular os pagamentos a serem feitos, utilizando como parâmetros de entrada o valor inicial do empréstimo, a taxa de juros e o número de prestações.

Comparativo SAC X Price para o mesmo empréstimo de R$50.000,00, para ser pago em 12 meses, sem entrada, com taxa de juros de 1%a.m.

Tabela Price

#	Parcelas	Amortizações	Juros	Saldo Devedor
1	4.442,43	3.942,43	500,00	46.057,56
2	4.442,43	3.981,86	460,57	42.075,69
3	4.442,43	4.021,68	420,75	38.054,01
4	4.442,43	4.061,89	380,54	33.992,11
5	4.442,43	4.102,51	339,92	29.889,59
6	4.442,43	4.143,54	298,89	25.746,05
7	4.442,43	4.184,97	257,46	21.561,07
8	4.442,43	4.226,82	215,61	17.334,24
9	4.442,43	4.269,09	173,34	13.065,14
10	4.442,43	4.311,78	130,65	8.753,36
11	4.442,43	4.354,90	87,53	4.398,45
12	4.442,43	4.398,45	43,98	0,00
»	53.309,27	49.999,99	3.309,27	TOTAL

SAC

#	Parcelas	Amortizações	Juros	Saldo Devedor
1	4.666,66	4.166,66	500,00	45.833,33
2	4.625,00	4.166,66	458,33	41.666,66
3	4.583,33	4.166,66	416,66	37.500,00
4	4.541,66	4.166,66	375,00	33.333,33
5	4.500,00	4.166,66	333,33	29.166,66
6	4.458,33	4.166,66	291,66	25.000,00
7	4.416,66	4.166,66	250,00	20.833,33
8	4.375,00	4.166,66	208,33	16.666,66
9	4.333,33	4.166,66	166,66	12.500,00
10	4.291,66	4.166,66	125,00	8.333,33
11	4.250,00	4.166,66	83,33	4.166,66
12	4.208,33	4.166,66	41,66	0,00
»	53.250,00	49.999,99	3.250,00	TOTAL

Evolução de uma Aplicação de Baixo Risco – 100% do CDI

	2000	2001	2002	2003	2004
Valor no início do ano	R$ 1.000,00	R$ 1.154,00	R$ 1.373,49	R$ 1.716,59	R$ 1.995,02
Rendimento no ano	15,40%	19,02%	24,98%	16,22%	17,92%
	1.000,00	1.154,00	1.373,49	1.716,59	1.995,02
	x	x	x	x	x
	1,1540	1,1902	1,2498	1,1622	1,1792
	=	=	=	=	=
Valor no final do ano	R$ 1.154,00	R$ 1.373,49	R$ 1.716,59	R$ 1.995,02	R$ 2.352,53

Evolução de uma Aplicação de Baixo Risco – 100% do CDI

	2005	2006	2007	2008	2009
Valor no início do ano	R$ 2.352,53	R$ 2.766,57	R$ 3.128,16	R$ 3.474,76	R$ 3.935,52
Rendimento no ano	17,60%	13,07%	11,08%	13,26%	8,62%
	2.352,53	2.766,57	3.128,16	3.474,76	3.935,52
	x	x	x	x	x
	1,1760	1,1307	1,1108	1,1326	1,0862
	=	=	=	=	=
Valor no final do ano	R$ 2.766,57	R$ 3.128,16	R$ 3.474,76	R$ 3.935,52	R$ 4.274,76

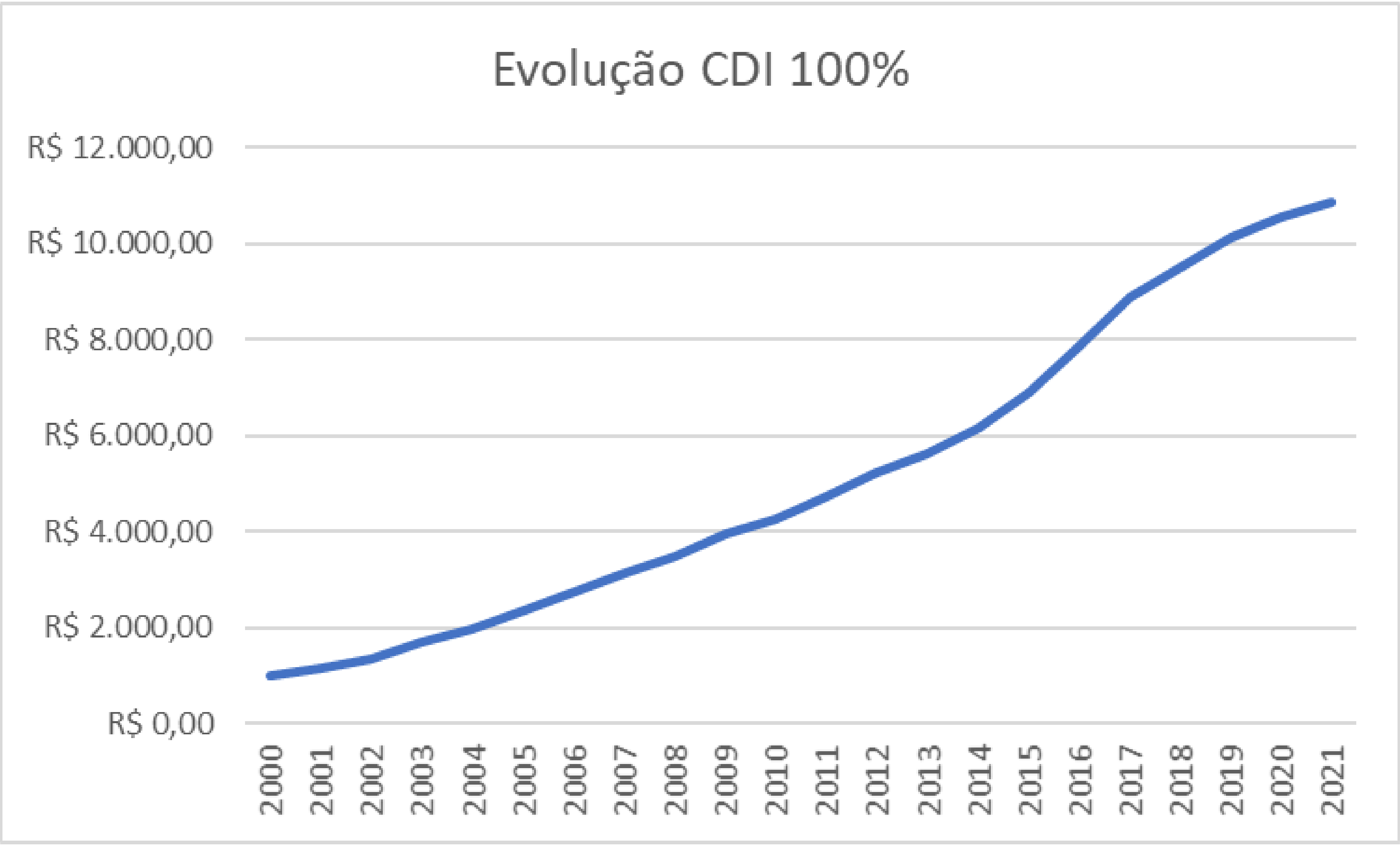
Evolução de uma Aplicação de Baixo Risco – 100% do CDI

	2010	2011	2012	2013	2014
Valor no início do ano	R$ 4.274,76	R$ 4.737,71	R$ 5.240,86	R$ 5.604,05	R$ 6.167,26
Rendimento no ano	10,83%	10,62%	6,93%	10,05%	11,74%
	4.274,76	4.737,71	5.240,86	5.604,05	6.167,26
	x	x	x	x	x
	1,1083	1,1062	1,0693	1,1005	1,1174
	=	=	=	=	=
Valor no final do ano	R$ 4.737,71	R$ 5.240,86	R$ 5.604,05	R$ 6.167,26	R$ 6.891,29

Evolução de uma Aplicação de Baixo Risco – 100% do CDI

	2015	2016	2017	2018	2019
Valor no início do ano	R$ 6.891,29	R$ 7.865,72	R$ 8.900,07	R$ 9.513,28	R$ 10.122,13
Rendimento no ano	14,14%	13,15%	6,89%	6,40%	4,40%
	6.891,29	7.865,72	8.900,07	9.513,28	10.122,13
	x	x	x	x	x
	1,1414	1,1315	1,0689	1,0640	1,0440
	=	=	=	=	=
Valor no final do ano	R$ 7.865,72	R$ 8.900,07	R$ 9.513,28	R$ 10.122,13	R$ 10.567,50

Evolução de uma Aplicação de Baixo Risco – 100% do CDI



Evolução de uma Aplicação de Baixo Risco – 100% do CDI

$$\text{Evolução Nominal} = \frac{\text{R\$ } 10.567{,}50 - \text{R\$ } 1.000{,}00}{\text{R\$ } 1.000{,}00} = 9{,}5675$$

Em termos percentuais: 956,75% em 20 anos

No mesmo período, a inflação medida pelo Índice de Preços ao Consumidor Amplo (IPCA) do IBGE foi de 235,61%.

Ou seja, parte do valor foi corroída pela inflação, mas, ainda assim, o valor da aplicação em 2020 apresenta, claramente, um maior poder aquisitivo do que em 2000.

E de quanto foi o Ganho Real?

Evolução de uma Aplicação de Baixo Risco – 100% do CDI

O que seria uma aplicação neutra, em termos de poder aquisitivo?

Aquela em que o rendimento nominal fosse exatamente igual à inflação no período, ou seja, de 235,61% em 20 anos:

R$1.000 x (1 + 2,3561) = R$ 3.356,10

Ganho Real = R$ 10.567,50 - R$ 3.356,10 = R$ 7.211,40

Em termos percentuais:

$$\text{Rendimento} = \frac{7.211,40}{3.356,10} = 2,1487 = 214,87\%$$

Aquecimento para os Exercícios:

(ENEM 2017) Um empréstimo foi feito à taxa mensal de i%, usando juros compostos, em oito parcelas fixas e iguais a P.

O devedor tem a possibilidade de quitar a dívida antecipadamente a qualquer momento, pagando para isso o valor atual das parcelas ainda a pagar. Após pagar a 5ª parcela, resolve quitar a dívida no ato de pagar a 6ª parcela.

A expressão que corresponde ao valor total pago pela quitação do empréstimo é:

a) $$P\left[1+\frac{1}{(1+\frac{i}{100})}+\frac{1}{(1+\frac{i}{100})^2}\right]$$

b) $$P\left[1+\frac{1}{(1+\frac{i}{100})}+\frac{1}{(1+\frac{2i}{100})}\right]$$

c) $$P\left[1+\frac{1}{(1+\frac{i}{100})^2}+\frac{1}{(1+\frac{i}{100})^2}\right]$$

d) $$P\left[\frac{1}{(1+\frac{i}{100})}+\frac{1}{(1+\frac{2i}{100})}+\frac{1}{(1+\frac{3i}{100})}\right]$$

e) $$P\left[\frac{1}{(1+\frac{i}{100})}+\frac{1}{(1+\frac{i}{100})^2}+\frac{1}{(1+\frac{i}{100})^3}\right]$$

Aquecimento para os Exercícios:

taxa de juros: i% ao mês

Valor Nominal das Parcelas: P

Valores Presentes na data da 6ª parcela:

6ª parcela

$$P \longleftarrow P$$

$$VP = \frac{VF}{(1 + r)^n}$$

Aquecimento para os Exercícios:

taxa de juros: i% ao mês

Valor Nominal das Parcelas: P

Valores Presentes na data da 6ª parcela:

6ª parcela 7ª parcela

$$P \longleftarrow P$$

$$\frac{P}{1 + \frac{i}{100}} \longleftarrow P$$

$$VP = \frac{VF}{(1 + r)^n}$$

Aquecimento para os Exercícios:

taxa de juros: i% ao mês

Valor Nominal das Parcelas: P

Valores Presentes na data da 6ª parcela:	6ª parcela	7ª parcela	8ª parcela
P ←	P		
$\dfrac{P}{1+\frac{i}{100}}$ ←		P	
$\dfrac{P}{\left(1+\frac{i}{100}\right)^2}$ ←			P

$$VP = \frac{VF}{(1+r)^n}$$

Aquecimento para os Exercícios:

taxa de juros: i% ao mês

Valor Nominal das Parcelas: P

Valores Presentes na data da 6ª parcela:		6ª parcela	7ª parcela	8ª parcela
P	$\leftarrow$	P		
$\dfrac{P}{1+\dfrac{i}{100}}$	$\leftarrow$		P	
$\dfrac{P}{\left(1+\dfrac{i}{100}\right)^2}$	$\leftarrow$			P

$$P + \frac{P}{1+\dfrac{i}{100}} + \frac{P}{\left(1+\dfrac{i}{100}\right)^2}$$

Soma dos Valores Presentes

a) $$P\left[1+\frac{1}{(1+\dfrac{i}{100})}+\frac{1}{(1+\dfrac{i}{100})^2}\right]$$

De Volta às Situações da Vida Real

Você tem R$15.000,00 aplicados no banco a uma taxa de 1% ao mês, e não planeja gastar nada próximo desse valor nos próximos meses. A sua Gerente lhe oferece um empréstimo de R$10.000,00 a uma taxa de 1,5% a.m., muito menor do que a taxa praticada no mercado para outros empréstimos, de 2,5% a.m.. Você aceita?

Você tem uma dívida de R$15.000,00, pela qual paga juros de 2,5% ao mês e não tem como quitá-la em curto prazo. A sua Gerente lhe oferece um empréstimo de R$10.000,00 a uma taxa de 1,5% a.m., menor do que a taxa de mercado, de 2,5% a.m.. Você aceita?

Você vende um imóvel por R$1.000.000,00 à vista. O comprador lhe oferece a opção de pagar R$1.100.000,00 daqui um ano, com garantias. A taxa de juros de mercado é de 11% ao ano. Você aceita?

Exercício – Juros (Peso 2)

Próxima aula: 6 de setembro!

Obrigado pela atenção!